Liczby zespolone 1

1 Jeśli ω jest zespolonym pierwiastkiem sześciennym z jedynki, znajdź:

(a) $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix}$

(b) $\begin{vmatrix} 1 & \omega^3 & \omega^2 \\ \omega^3 & 1 & \omega^2 \\ \omega^2 & \omega^3 & 1 \end{vmatrix}$

Odpowiedź **Rozwiązanie**

Odpowiedzi

1 (a) 0
(b) 0

Pytanie **Rozwiązanie**

Rozwiązania

1 (a)
$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} \omega^2 & 1 \\ 1 & \omega \end{vmatrix} - \omega\begin{vmatrix} \omega & 1 \\ \omega^2 & \omega \end{vmatrix} + \omega^2\begin{vmatrix} \omega & \omega^2 \\ \omega^2 & 1 \end{vmatrix}$$
$$= \left(\omega^3 - 1\right) - \omega(\omega^2 - \omega^2) + \omega^2\left(\omega - \omega^4\right)$$
$$= \omega^3 - 1 + \omega^3 - \omega^6$$
$$= 1 - 1 + 1 - 1^2 = 0, \text{ ponieważ } \omega^3 = 1$$

(b) $$\begin{vmatrix} 1 & \omega^3 & \omega^2 \\ \omega^3 & 1 & \omega^2 \\ \omega^2 & \omega^3 & 1 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 1 & \omega^2 \\ \omega^3 & 1 \end{vmatrix} - \omega^3\begin{vmatrix} \omega^3 & \omega^2 \\ \omega^2 & 1 \end{vmatrix} + \omega^2\begin{vmatrix} \omega^3 & 1 \\ \omega^2 & \omega^3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= \left(1-\omega^5\right) - \omega^3(\omega^3-\omega^4) + \omega^2\left(\omega^6-\omega^2\right) \\ &= \left(1-\omega^2\right) - (1-\omega) + \omega^2\left(1-\omega^2\right), \text{ponieważ } \omega^3 = 1 \\ &= 1-\omega^2-1+\omega+\omega^2-\omega^4 \\ &= 1-\omega^2-1+\omega+\omega^2-\omega, \text{ponieważ } \omega^3 = 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Pytanie **Odpowiedź**
